

ОПРЕДЕЛЕНИЕ, СВОЙСТВА И ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ

$$y = \cos x, \quad y = A \cos(\omega x + \varphi)$$

Данная функция имеет много общего с функцией $y = \sin x$. Поэтому изложение будет дано без детальных подробностей.

Определение. Косинусом угла α называется число, равное абсциссе конца единичного радиуса, соответствующего углу α , и обозначается $\cos \alpha$. Таким образом, по определению $\cos \alpha = a$ (рис.11.1). Рассмотрим свойства функции $y = \cos x$:

1) $D(y) = \mathbb{R}$;

2) $E(f) = [-1; 1]$;

3) Наименьший положительный период функции 2π ;

4) Функция $\cos x$ является четной. Абсцисса точек М и N на рис.11.2 одна и та же, поэтому $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$;

5) Знаки функции $\cos x$ (рис.12.1). Очевидно, что $\cos 0 = 1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, $\cos \pi = -1$, $\cos \frac{3}{2}\pi = 0$, $\cos 2\pi = 1$. Функция $\cos x$ пересекает

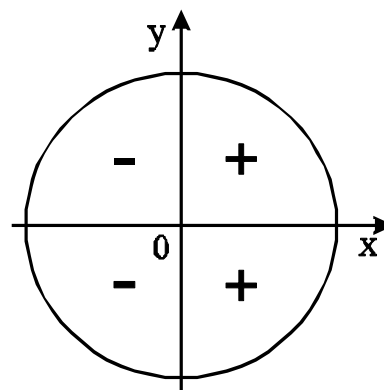


Рис.12.1

ось OX в точках, в которых $\cos x = 0$, откуда $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Таким образом, $\cos x > 0$ при $x \in \left(-\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{\pi}{2} + 2\pi k\right)$, $k \in \mathbb{Z}$;

$$\cos x < 0 \text{ при } x \in \left(\frac{\pi}{2} + 2\pi k, \frac{3}{2}\pi + 2\pi k\right), \quad k \in \mathbb{Z}.$$

6) Наибольшее значение 1 достигается при $x = 2\pi k$, $k \in \mathbb{Z}$, наименьшее значение -1 при $x = \pi(2k + 1)$, $k \in \mathbb{Z}$.

7) Функция возрастает при $x \in [\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ и убывает при $x \in [2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

8) График функции, называемой косинусоидой, изображен на рис.12.2

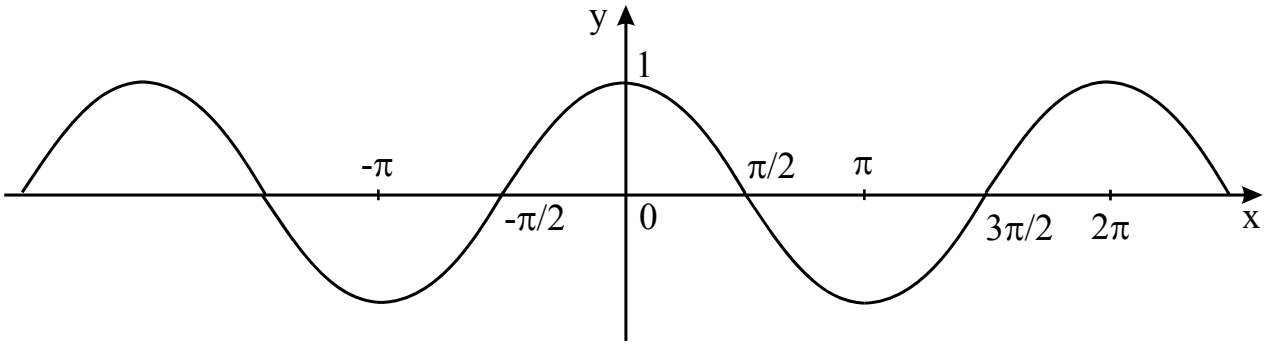


Рис. 12.2

Исследование функции $y = A \cos(\omega x + \varphi)$ и построение ее графика предлагается осуществить самостоятельно по аналогии с тем, как это было сделано для функции $y = A \sin(\omega x + \varphi)$.

Литература

1. Математика: Пособие для поступающих в РГРТА /А.И. Новиков, И.П. Карасев, А.В. Лоскутов, Л.В. Артемкина, А.И. Сюсюкалов; Рязан. гос. радиотехн. акад. Рязань, 2003. 164 с. ISBN 5-7722-0156-5.